

穴埋め初級問 2 最短経路探索 (2003 年秋 FE 午後問 4 改)

問 次のプログラムの説明及びプログラムを読んで、設問に答えよ。

[プログラムの説明]

出発地から目的地までの最短経路を求める副プログラムである。

(1) 副プログラム SP は、 N 個 ($N > 1$) の地点で構成される図 1 のような有向グラフで表される経路図において、地点 1 (出発地) から地点 N (目的地) までの最短経路を求めて、出力するプログラムである。なお、図 1 において、円は地点を、矢印の向きは進行方向を、矢印に付けた数字は地点間の距離を表す。

(2) この副プログラムでは、次の配列を用いる。要素番号 i, j の値は $1, 2, \dots, N$ であり、各地点と対応している。

$C[i, j]$: 地点 i から地点 j までの距離を表す配列である。地点 i から地点 j までの直接の経路がない場合、地点 i と地点 j が等しい場合、及び進行方向と逆の場合は ∞ が格納されている。例えば図 1 では、 $C[1, 2] = 30$, $C[1, 3] = \infty$, $C[2, 1] = \infty$, $C[2, 2] = \infty$ である。

$D[i]$: 地点 1 から地点 i までの最短距離を格納するための配列である。初期設定で地点 1 から地点 i までの距離 $C[1, i]$ を設定する。例えば図 1 の場合の初期設定では、 $D[2] = C[1, 2] = 30$, $D[3] = C[1, 3] = \infty$, $D[4] = C[1, 4] = 20$, $D[5] = C[1, 5] = 120$ が設定される。

$P[i]$: 最短経路を求める過程で、処理済となった地点を識別するための配列である。初期設定では $P[1]$ だけに 1 を設定し、他のすべての要素には 0 を設定する。最短経路を求めた後はすべての要素が 1 となる。

$S[i]$: 地点 1 から地点 i までの最短経路を求める過程で、地点 i の直前の地点を格納するための配列である。初期設定ではすべての要素に 1 を設定する。例えば図 1 の場合、最短経路を求めた後は $S[2] = 1$, $S[3] = 4$, $S[4] = 1$, $S[5] = 3$ となり、地点 5 の直前は地点 3、地点 3 の直前は地点 4、地点 4 の直前は地点 1 とわかる。すなわち、地点 1 から地点 5 までの最短経路は、地点 1 \rightarrow 地点 4 \rightarrow 地点 3 \rightarrow 地点 5 となる。

$W[i]$: $S[i]$ を用いて最短経路を出力する際に使用する作業用の配列である。

(3) 最短経路を求める手順は、次のとおりである。

- ① 処理していないすべての地点 ($P[i] = 0$) のうちで、 $D[T]$ が最小である地点 T を選ぶ。
- ② 地点 T を処理済 ($P[T] = 1$) とする。
- ③ 処理していないすべての地点 ($P[i] = 0$) に対して、 $D[T] + C[T, i]$ の値が $D[i]$ の値より小さければ、 $D[T] + C[T, i]$ の値で $D[i]$ を置き換える。
- ④ ③で $D[i]$ を置き換えた場合、 $S[i]$ に T を代入する。
- ⑤ 処理 ① ~ ④ を、全地点が処理済になるまで繰り返す。

(4) 最短経路を求めた後、配列 S を用いて最短経路を出力する。出力には、数値 X を出力した後に改行する副プログラム Output (X) を利用する。

(5) 図 1 の経路図に対する出力結果を図 2 に、また最短経路を求める過程での配列と変数 T の値の変化を表 1 に示す。

(6) 出発地から目的地までの経路は、必ず存在するものとする。

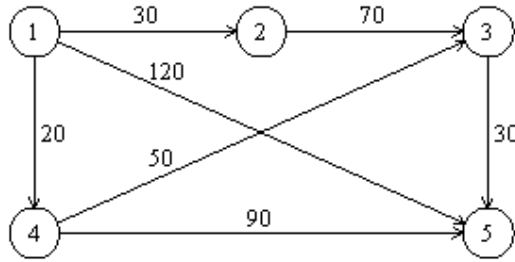


図1 経路図の例 (N = 5 の場合)

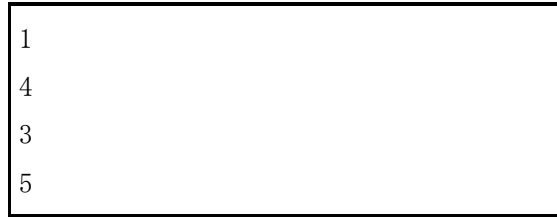


図2 図1の経路図に対する出力結果

表1 図1の最短経路を求める過程の配列と変数 T の値の変化

		配列	[1]	[2]	[3]	[4]	[5]	T	
1 回 目	①	P	1	0	0	0	0		
		D	∞	30	∞	20	120	4	
	②	P	1	0	0	1	0	4	
		D	∞	30	70	20	110	4	
		③	S	1	1	4	1	4	4
		④	S	1	1	4	1	4	4
	2 回 目	①	P	1	0	0	1	0	
			D	∞	30	70	20	110	2
②		P	1	1	0	1	0	2	
		D	∞	30	70	20	110	2	
		③	S	1	1	4	1	4	2
		④	S	1	1	4	1	4	2
3 回 目		①	P	1	1	0	1	0	
			D	∞	30	70	20	110	3
	②	P	1	1	1	1	0	3	
		D	∞	30	70	20	100	3	
		③	S	1	1	4	1	3	3
		④	S	1	1	4	1	3	3
	4 回 目	①	P	1	1	1	1	0	
			D	∞	30	70	20	100	5
②		P	1	1	1	1	1	5	
		D	∞	30	70	20	100	5	
		③	S	1	1	4	1	3	5
		④	S	1	1	4	1	3	5

注 表中の①～④は、プログラムの説明中の(3)①～④に対応する。

□ は T を選んだときの要素を、■ は値が置き換えられた要素を示す。

(7) 副プログラム SP の引数は、表 2 のとおりである。

表2 SP の引数

変数名	入力/出力	意味
N	入力	地点数
C[,]	入力	地点間の距離を表す 2 次元の定数配列

[プログラム]

- プログラム名: SP(N, C[,])
- 実数型: C[,], D[N], Z
- 整数型: P[N], S[N], W[N], N, T, X, Y

{初期設定}

```
· X ← 1
■ X ≤ N
  · D[X] ← C[1, X]
  · P[X] ← 0
  · S[X] ← 1
  · X ← X + 1
■
```

```
· P[1] ← 1
```

{最短経路を求める処理}

```
· X ← 2
■ X ≤ N
  · Y ← 2
  · Z ← ∞
  ■ Y ≤ N
    (P[Y] = 0) and (D[Y] < Z)
    · T ← Y
    · 
    · Y ← Y + 1
  ■
  · P[T] ← 1
  · Y ← 2
  ■ Y ≤ N
    (P[Y] = 0) and (D[Y] > (D[T] + C[T, Y]))
    · D[Y] ← D[T] + C[T, Y]
    · 
    · Y ← Y + 1
  ■
  · X ← X + 1
■
```

{最短経路の出力処理}

```
· X ← 1
· Y ← N
■ Y ≠ 1
  · W[X] ← Y
  · 
  · X ← X + 1
■
· W[X] ← Y
■ 
  · Output(W[X])
  · X ← X - 1
■
```

設問 プログラム中の に入れる正しい答えを記述せよ。